



Génie Mécanique, 5ème Semestre

EXAMEN FINAL – MÉCANIQUE VIBRATOIRE

AUTOMNE 2024-2025

DURÉE :2H30MIN

Instructions :

Ne pas retourner cette page avant d'y être autorisé

Avant l'examen

- Placez votre carte d'étudiant CAMIPRO devant vous sur la table.
- Les téléphones portables doivent être éteints et placés dans vos sacs.
- Préparez votre espace de travail. Matériel autorisé :
 - Stylos bleus et/ou noirs, **les stylos rouges et verts sont réservés pour la correction.**
 - Les crayons sont autorisés uniquement pour les dessins.
 - Une calculatrice est autorisée.

Pendant l'examen

- Écrivez et dessinez avec soin. Ce qui est illisible ne sera pas corrigé.
- Des feuilles de papier supplémentaires sont disponibles auprès des assistants.
 - Prenez soin de numéroter et d'indiquer votre nom sur toutes les feuilles de réponse.
- Levez la main si vous avez une question ou si vous souhaitez aller aux toilettes.
- Lors des 15 dernières minutes de l'examen, il est interdit de quitter la salle.
- Lorsque l'examen est terminé, **posez votre stylo**, et restez assis et silencieux jusqu'à ce que nous ayons ramassé TOUTES les copies.

Contenu de l'examen

- Question 1 – 20 points
 - Page 1
- Question 2 – 30 points
 - Page 2
- Question 3 – 25 points
 - Page 2
- Question 4 – 25 points
 - Page 3

QUESTION 1 **(20 points)**

Le système de la Figure 1.1 est une poutre de section A et moment d'inertie I , longueur L , module de Young E , et masse volumique ρ . La poutre a un appui simple à gauche et est guidée à droite. On est intéressé par les vibrations de flexion dans cette poutre.

- i) Écrire l'équation différentielle qui décrit le mouvement de la poutre..... (2 pts)
- ii) Écrire les conditions de bord du système..... (4 pts)
- iii) Combien des modes normaux peut-on trouver pour cette poutre ?..... (2 pts)
- iv) Écrire les modes et fréquences propres..... (12 pts)

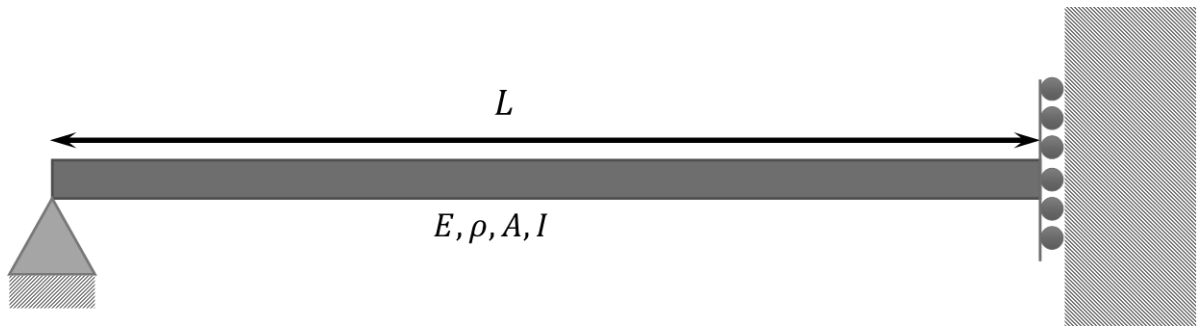


Figure 1.1 | Schéma du système, avec la poutre dans laquelle on étudie les vibrations de flexion. Sur la gauche, la poutre est en appui simple, sur la droite elle est guidée.

QUESTION 2 **(30 points)**

On a un système résonant conservatif dont on connaît :

- deux vecteurs propres : $\vec{\beta}_I = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{\beta}_{III} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$,
- la matrice noyau en coordonnées modales : $\Delta = \frac{k}{m} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$,
- la matrice de masse en coordonnées réelles : $M = m \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,
- les conditions initiales : $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mm; $\dot{\vec{x}}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- i) Combien de masses a-t-on dans le système? (2 pts)
- ii) Trouver $\vec{\beta}_{II}$ (6 pts)
- iii) Écrire les pulsations propres du système..... (2 pts)
- iv) Pour chaque mode, écrire la masse et la raideur effective. (6 pts)
- v) Écrire le mouvement des modes par rapport au temps. (8 pts)
- vi) Écrire le mouvement des masses par rapport au temps..... (6 pts)

QUESTION 3

(25 points)

On a un système composé de ressorts, amortisseurs et masses, avec toutes les masses ayant la même valeur ($m = 1 \text{ kg}$). Dans la Figure 3.1 on peut voir la partie imaginaire de la fonction de transfert $H(\omega)$ (ou $Y(\omega)$) du système pour les composantes : h_{11}, h_{12}, h_{13} , et h_{34} .

- i) Combien de DdL a le système ?..... (2 pts)
- ii) Déterminer les pulsations propres..... (4 pts)
- iii) Déterminer les vecteurs propres (8 pts)
- iv) Déterminer les masses effectives de chaque mode (4 pts)
- v) Lesquelles de ces questions (i-iv) ont une réponse unique ? (2 pts)

Si l'on applique une force $F_0 \cos(\omega t)$ sur une seule masse et on est au régime permanent :

- vi) À quelle(s) fréquence(s) bouge chaque masse ? (2 pts)

Si l'on applique une force $F_0 \cos(\omega t) (1 + \cos(\omega t))$ sur une seule masse et on est au régime permanent :

- vii) À quelle(s) fréquence(s) bouge chaque masse ? (3 pts)

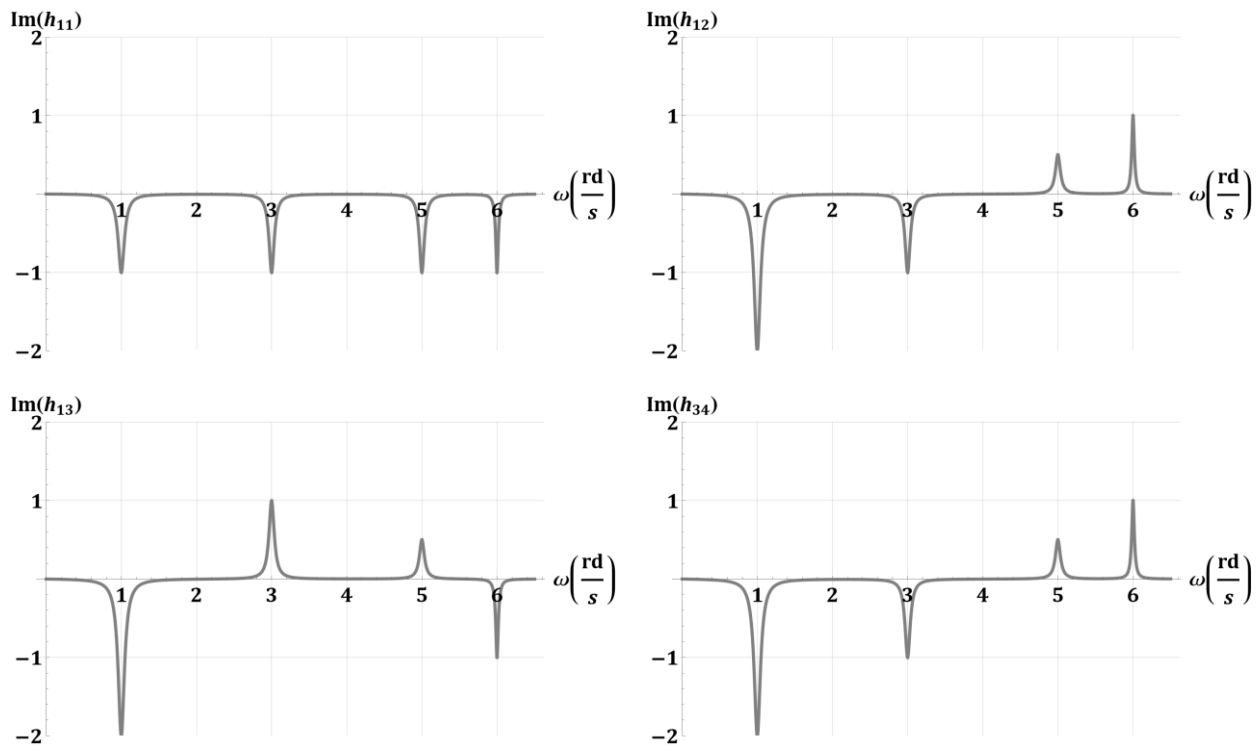


Figure 3.1 | Partie imaginaire des fonctions de transfert $h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{34}$. L'échelle des axes des graphiques est linéaire.

QUESTION 4 **(25 points)**

On a une table rigide de masse m_{table} qui bouge de manière verticale ($y(t)$). Un système avec deux ressorts, deux amortisseurs, et deux masses est relié à la table, comme montré dans le schéma de la Figure 4.1. Le système est dans son régime permanent, est sous-amorti, et le mouvement de la table est donné par :

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t) (2 + \cos(\omega t))$$

- i) Combien de DdL a le système ?..... (2 pt)
- ii) Écrire les équations du mouvement vertical de chaque masse, $x_1(t)$ et $x_2(t)$ (4 pts)
- iii) Décrire l'interaction entre les deux masses, s'il y en a..... (2 pts)
- iv) Quelles seront les fréquences propres ?..... (4 pts)
- v) Combien de termes harmoniques trouve-t-on dans le mouvement $x_2(t)$?..... (2 pt)
- vi) Écrire pour $x_2(t)$ chaque terme en fonction de y_0, η, β (9 pts)
- vii) Comment changerait ce mouvement ($x_2(t)$) si l'on enlevait l'autre masse ($x_1(t)$)?.. (2 pts)

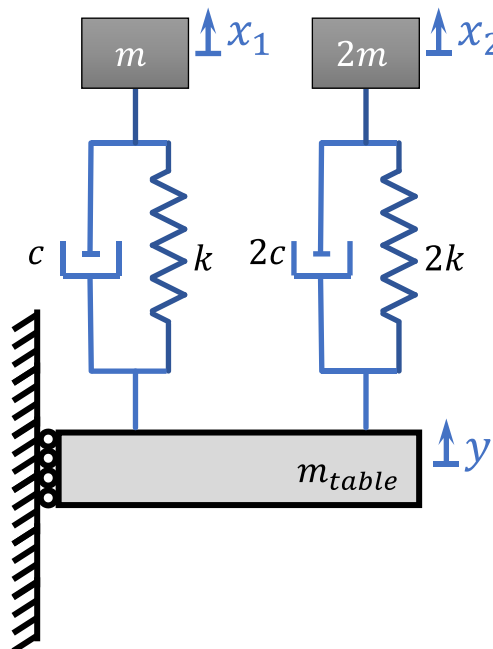


Figure 4.1 | Schéma du système avec deux masses, deux ressorts, deux amortisseurs liés à une table rigide.